



УДК 539.37

doi: 10.55287/22275398_2026_58_5

ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННАЯ МЕТОДИКА РАСЧЕТНОГО АНАЛИЗА ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ

Н. А. Берков *

А. И. Архангельский **

Т. А. Горшунова *

М. В. Архангельская ***

* МИРЭА — Российский технологический университет, г. Москва

** Московский политехнический университет, г. Москва

*** Российская академия народного хозяйства и Государственной службы при президенте Российской Федерации, г. Москва

Аннотация

Рассмотрена методика исследования напряженно-деформированного состояния пересекающихся оболочек вращения. Проведена классификация типовых соединений пересекающихся оболочек различной геометрической формы, способствующая проведению исследований с единых методологических позиций, систематизации основных геометрических параметров соединений, оказывающих влияние на напряженное состояние оболочек, системному подходу в анализе локально подкрепленных или композитных пересекающихся оболочек. На основе изложенной проблемно-ориентированной методики исследования пересекающихся оболочек разработана специализированная вычислительная программа SAIS.

Ключевые слова

Метод конечных элементов, матрица жесткости элемента, прочность пересекающихся оболочек вращения.

Дата поступления в редакцию

08.02.2026

Дата принятия к печати

13.02.2026

1. Основные положения

Пересекающиеся оболочки являются особым типом оболочечных конструкций. Их отличительная черта — наличие зоны со сложной пространственной геометрией в месте стыка, где может присутствовать переходный участок, а также скачкообразное изменение формы поверхности вдоль линии пересечения. Теоретическое обобщение задач анализа таких конструкций, подход к ним как к созданию специализированной методики расчета и проведению системного прочностного анализа позволили сформулировать ряд общих принципов, составляющих основу настоящего исследования.

Введение классификации типовых соединений оболочек различной формы позволяет унифицировать методологию их исследования. Такой подход способствует систематизации ключевых геометрических параметров, влияющих на напряженное состояние, а также обеспечивает системный анализ локаль-

но подкрепленных и композитных пересекающихся оболочек. В конечном итоге это создает основу для разработки практических рекомендаций по выбору рациональных конструктивных решений при проектировании подобных соединений.

Важнейшим элементом разработанной прикладной методики выступает использование систем криволинейных координат при математическом моделировании стыка пересекающихся оболочек, включая случаи с переходными участками. Данный подход обладает рядом преимуществ: он обеспечивает точное описание геометрии конструкции, позволяет корректно учесть взаимосвязь мембранных и изгибных деформаций в оболочках, а также создает основу для эффективной численной реализации расчетного алгоритма на основе метода конечных элементов (МКЭ).

Анализ напряженного состояния в зоне пересечения оболочек, особенно выполненных из композитов, сопряжен со специфическими сложностями. К ним относятся: 1) возникновение локализованной зоны с сильно возмущенным полем напряжений и высокими градиентами; 2) изменение доминирующего типа напряжений (мембранных или изгибных) в зависимости от характера нагрузки; 3) широкий разброс возможных геометрических параметров как самих оболочек, так и их сопряжения; 4) анизотропия материала и влияние технологических особенностей изготовления узла. Для эффективного параметрического анализа и решения прикладных задач в рамках МКЭ необходим тщательный выбор расчетных моделей. Перспективным направлением является использование семейства смешанных конечных элементов, построенных на основе модифицированной вариационной формулировки, что позволяет успешно преодолеть указанные трудности.

2. Рациональный расчетный алгоритм

Отметим особенности алгоритма расчетного конечно-элементного анализа пересекающихся оболочек с использованием систем криволинейных координат.

При формировании конечно-элементной модели соединения пересекающихся оболочек согласно матричному уравнению (1):

$$K\delta - F = 0, \quad K = \sum_e K^e, \quad F = \sum_e F^e + \sum_e R_m, \quad \delta = \sum_e \delta^e. \quad (1)$$

Здесь K , F и δ — матрица жесткости, вектор нагрузки и вектор перемещений всей конечно-элементной модели исследуемой конструкции. K^e , F^e и δ^e — матрица жесткости, вектор внутренней нагрузки и вектор перемещений элемента номер e . R_m — вектор внешней нагрузки конечного элемента e . Характеристики всех элементов K^e , F^e , δ^e и R_m получаются в системе криволинейных координат, связанной с поверхностью отсчета каждой из оболочек: (s, φ, z) — для основной оболочки, (s, φ, z) — для оболочки-патрубка, (s^T, φ^T, z) — для оболочки переходной секции (при ее наличии).

Оболочки в соединении связаны через узлы на линии пересечения, которая описывается системой нелинейных зависимостей (2):

$$s' = f_1(\varphi'), \quad s = f_2(\varphi'), \quad \varphi = f_3(\varphi'). \quad (2)$$

Поэтому преобразования координат проводятся только для характеристик элементов патрубка, имеющих узлы на линии пересечения оболочек, т. е. характеристики этих элементов приводятся к системе координат основной оболочки. Такие преобразования выполняются в блочной форме согласно матричному представлению (3):

$$K_{ij} = L_i^T K'_{ij} L_j, \quad F_i = L_i^T F_i^j, \quad L_k = \begin{pmatrix} \Lambda_k & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \Lambda_k \end{pmatrix}, \quad k = i, j, \quad i, j = (1, \dots, m), \quad (3)$$

где K_{ij} , F_i — блоки матрицы жесткости, вектора нагрузки и вектора узловых перемещений элемента, соответствующих i -му узлу элемента патрубка на линии пересечения (величины со штрихом относятся к системе координат патрубка); L_k — матрица преобразований для k -го узла элемента (если этот узел не принадлежит линии пересечения, то матрица L_k является единичной); Λ_k — подматрица, являющаяся матрицей преобразований; m — число узлов элемента.

Таким образом, разработанный расчетный алгоритм позволяет минимизировать число преобразований координат, что приводит к существенному сокращению вычислительных затрат.

В результате решения системы уравнений (1) определяется общий вектор узловых перемещений δ конечно-элементной модели соединения, на основе которого формируются векторы узловых перемещений δ_i элементов оболочек. При этом для элементов патрубка, имеющих узлы на линии пересечения, проводятся обратные преобразования для получения вектора узловых перемещений в системе координат патрубка:

$$\delta_i' = L_i \delta_i, \quad \delta_i' = L_i, \quad i = 1, \dots, m. \quad (4)$$

Напряжения вычисляются для узловых точек элементов, а для соединения в целом — путем осреднения их значений для элементов, соединяющихся в данном узле. В узловых точках линии пересечения компоненты напряжений вычисляются отдельно для патрубка и основной оболочки.

3. Специализированная вычислительная программа расчетного анализа пересекающихся оболочек

На основе изложенной проблемно-ориентированной методики исследования пересекающихся оболочек разработана специализированная вычислительная программа [1, 2] *Stress Analysis in Intersecting Shells (SAIS)*.

Основными расчётными объектами, для которых может проводиться анализ напряжённого состояния с помощью программы SAIS, являются широко распространённые конструктивные соединения пересекающихся оболочек различной геометрической формы:

- тройниковые соединения цилиндрических оболочек;
- крестообразные соединения цилиндрических оболочек;
- коленные соединения цилиндрических оболочек;
- коленные соединения с эллиптической вставкой;
- коническая оболочка с цилиндрическим патрубком;
- сферическая оболочка с цилиндрическим патрубком;
- эллипсоидальная оболочка с цилиндрическим патрубком;
- соединения оболочек с торовой отбортовкой;
- укрепленные соединения (локальное монолитное укрепление основной оболочки и/или патрубка, укрепление основной оболочки накладным кольцом, пропущенный патрубок).

Исследуемые соединения могут изготавливаться из широкого спектра материалов — от традиционных изотропных (металлические сплавы) до современных анизотропных, таких как волокнистые композиты. В случае композиционных материалов многообразие технологий формирования соединения требует для корректного расчета учета не только механических и структурных свойств исходного материала, но и макроструктуры созданного узла в целом.

Специализированная вычислительная программа SAIS является целевой, объектно-ориентирован-

ной программой, позволяющей достаточно точно и при относительно малых вычислительных затратах решать специальный класс задач по расчёту оболочечных конструкций.

Программа **SAIS** позволяет проводить анализ для различных видов типового статического или квазистатического нагружения:

- действие внутреннего давления;
- действие внешних сил и моментов;
- температурное воздействие;
- термосиловое нагружение;
- комбинированное нагружение.

Промышленная ориентация применения используемой прикладной методики и программы **SAIS** включает:

- трубопроводы различного назначения;
- аппараты и сосуды давления химического и нефтехимического машиностроения;
- оборудование энергетического, тяжелого и транспортного машиностроения;
- оборудование и установки нефтяной, нефтеперерабатывающей, газовой, электротехнической, автомобилестроительной отраслей промышленности;
- космическая техника, судо- и авиастроение, автотранспортная техника, промышленное строительство и др.

Типовыми конструктивными объектами, анализ напряжённого состояния которых можно выполнять с применением программы **SAIS**, являются:

- тройниковые, крестообразные, коленные соединения трубопроводов различного назначения;
- узлы присоединения патрубков и штуцеров к корпусу и днищу аппаратов, емкостей, резервуаров, сосудов давления;
- узлы турбоустановок, энергетического оборудования и т. д.;
- трубчатые узлы несущих конструкций (платформ).

Специализированная вычислительная программа **SAIS** является целевой, объектно-ориентированной программой, позволяющей достаточно точно и при относительно малых вычислительных затратах решать специальный класс задач по расчёту оболочечных конструкций.

Эффективность такого подхода определяется как областью технического применения программных разработок, так и удобством их практического использования. Специализированная программа менее требовательна к системным ресурсам персонального компьютера (ПК) по сравнению с известными универсальными вычислительными комплексами. Кроме того, такая программа может быть и легко встроена в различные интегрированные системы автоматизированного проектирования. Идеология разработки специализированной программы **SAIS** для инженерного использования определяет перенос «центра тяжести» с хорошо подготовленного специалиста в области численных методов и механики на практического пользователя в НИИ, КБ, на фирме разработчика или проектировщика соответствующего технического изделия.

Эксплуатация программы не требует специальных знаний и высокой квалификации пользователей, проста в освоении и эксплуатации, а для конкретных расчетов необходимо задание лишь минимального объёма исходных данных.

4. Структура вычислительной программы

Программа **SAIS** построена по модульному принципу, характерному для многих программ конечно-элементного анализа. Каждый модуль выполняет строго определённые функции. Такое «разделение труда» позволяет более эффективно построить вычислительный процесс, а также имеет очевидные преимущества в части разработки, модернизации и развития программы. Поскольку каждый из модулей является независимым приложением (т. е. может работать самостоятельно), обмен данными между ними должен осуществляться через жёсткий диск ПК. При этом результатом деятельности отдельного модуля является запись на диск определённых рабочих файлов, отражающих ход выполнения задачи, а также файлов, необходимых для работы других модулей программы.

В целом, структуру программы **SAIS** и принцип её действия можно представить в виде схемы, изображённой на *рис. 1*.

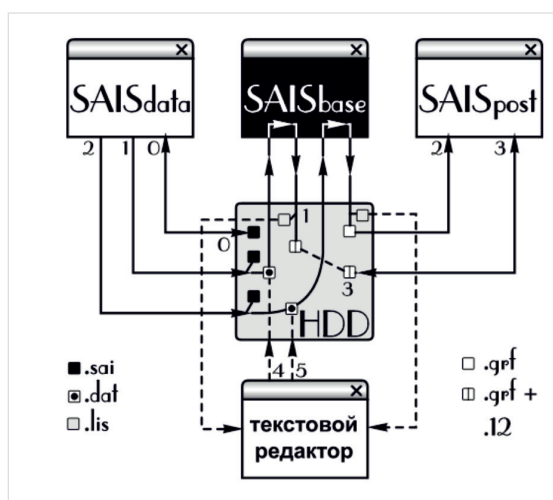


Рис. 1. Структурная схема вычислительной программы

Программа состоит из трёх модулей: **SAISdata**, **SAISbase** и **SAISpost**. Обмен данными между модулями осуществляется через жёсткий диск ПК (на *рис. 1* обозначен как **HDD**). Модули **SAISdata** и **SAISpost** имеют графический интерфейс, модуль **SAIS** является консольным приложением. Опишем функциональное назначение структурных модулей программы.

SAISdata

Независимый графический модуль, предназначенный для формирования в диалоговом режиме файла с исходными данными, необходимыми для последующего расчета. Кроме того, приложение выполняет ряд управленческих функций, связанных с различными задачами, которые приходится решать пользователю в процессе расчёта.

SAISbase

Основной модуль — консольный конечно-элементный модуль, выполняющий генерацию нерегулярной адаптированной конечно-элементной сетки и решение задачи по методу конечных элементов (МКЭ).

SAISpost

Независимый графический пре- и постпроцессор, при помощи которого визуализируется конеч-

но-элементная модель (КЭМ) расчетного соединения пересекающихся оболочек, а также расчетные результаты, полученные в ходе конечно элементного решения.

Как можно видеть из *рис. 1*, процесс работы программы **SAIS** сопровождается созданием рабочих файлов программы на жёстком диске ПК. При этом наиболее важными являются пять видов текстовых файлов (*см. рис. 1*): файл с расширением «.sai» — файл с исходными данными (может использоваться только при работе модуля **SAISdata**); файл с расширением «.dat» — файл с исходными данными, предназначенными для расчёта по МКЭ (может использоваться только модулем **SAISbase**); файл с расширением «.lis» — файл протокола, где фиксируются все этапы решения, исходные и полученные результаты (является продуктом действия модуля **SAISbase**); файл с расширением «.grf» — файл с информацией для построения конечно элементной модели соединения (предназначен для модуля **SAISpost** и является продуктом действия модуля **SAISbase**); файл с расширением «.12» — файл с информацией о полученных результатах расчёта (предназначен для модуля **SAISpost** и является одним из результатов действия модуля **SAISbase**).

Указанные связи реализуются в рамках *диалогового режима работы*, т. е. по результатам работы модуля ввода данных **SAISdata**. Однако данный модуль не является обязательным для работы специализированной программы. Для более подготовленных пользователей предусмотрен и *консольный режим работы* с программой **SAIS**.

Для работы в *консольном режиме* необходимо самостоятельно, используя текстовый редактор, сформировать файл исходных данных «*fname.dat*» и записать его на диск. После этого для полноценного расчёта нужно запустить из командной строки модуль **SAIS** с единственным параметром — именем исходного файла «*fname.dat*». Необходимо отметить, что доступ ко всем возможностям программы **SAIS** осуществляется из *консольного режима* работы. Графический модуль ввода данных позволяет получить доступ лишь к наиболее часто используемым её возможностям. Для работы в *консольном режиме* необходимо ознакомиться с соответствующей инструкцией программы, в которой указано, каким образом нужно составлять исходный файл «*fname.dat*». Данный файл имеет блочную структуру, в каждом блоке задаются некоторые переменные, смысл которых описывается в инструкции по работе в *консольном режиме*.

5. Результаты верификации вычислительной программы

Ввиду сложности исследуемой проблемы верификация программы **SAIS** проводилась путем сопоставления расчётных результатов, с данными опубликованных экспериментальных исследований.

Исследование напряженно-деформированного состояния пересекающихся оболочек сопряжено со значительными экспериментальными сложностями, что предъявляет высокие требования к методологии и выбору репрезентативных данных. В современной практике таких исследований доминируют два подхода: тензометрический метод и метод фотоупругости с «замораживанием» деформаций. Несмотря на свои принципиальные различия, эти методы находят примерно равное применение, демонстрируя взаимодополняющие преимущества и ограничения. Получение достоверных и информативных результатов возможно лишь при соблюдении ряда критических условий: использовании высокоточной модели, тщательно спланированной экспериментальной методике, применении прецизионной аппаратуры для регистрации данных и их последующей статистически обоснованной обработке.

В рамках исследования было выполнено сравнительное сопоставление данных, полученных численным моделированием и экспериментальными методами, для широкого спектра пересекающихся оболочек. Анализ охватил различные геометрические формы соединений и ключевые виды нагружения. Значительная часть экспериментального массива данных приходится на радиальные соединения цилин-

дрических оболочек, что напрямую обусловлено их высокой распространенностью и практической значимостью в современных инженерных конструкциях.

Значительный вклад в экспериментальную базу данных по напряженному состоянию пересекающихся оболочек внесли масштабные исследования, проведенные в Окриджской национальной лаборатории (ORNL, США). Их результаты, обобщенные в работах [3], были нацелены на верификацию специализированного программного комплекса CORTES-SA, реализующего метод конечных элементов (МКЭ) с использованием неплоских четырехугольных элементов для анализа тройниковых трубчатых соединений (радиальных соединений цилиндрических оболочек). Программа экспериментов включала испытания моделей с варьируемыми геометрическими параметрами при нагружении внутренним давлением и изгибающими моментами, приложенными к торцу патрубка в главной и поперечной плоскостях. Объектами исследований служили точные модели сварных соединений из стальных труб, причем сварной шов был удален механической обработкой для устранения геометрических неоднородностей. Для регистрации полей деформаций применялись высокоточные тензодатчики с базой 0,762 мм, размещенные на внутренней и наружной поверхностях в радиальных и окружных направлениях относительно линии пересечения.

На **рис. 2** представлено сопоставление результатов численного моделирования и экспериментальных данных для модели ORNL-1 в условиях комбинированного нагружения: внутренним давлением и изгибающим моментом в поперечной плоскости соединения. Ниже приведены геометрические параметры модели и величины приложенных нагрузок, соответствующие приведенным на графике данным:

$$R = 127 \text{ мм}; H = 2,54 \text{ мм}; r = 63,5 \text{ мм}; h = 1,27 \text{ мм};$$

$$l_0 = 495,3 \text{ мм}; l_1 = 366,3 \text{ мм}; r/R = 0,5; R/H = 50; r/h = 50;$$

$$h/H = 0,5; p = 0,345 \text{ МПа}; M_z' = 67,8 \text{ Н·м}$$

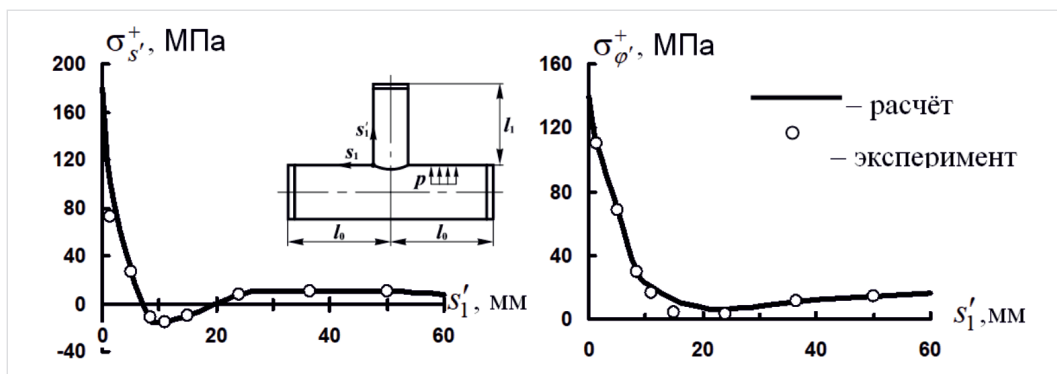


Рис. 2. Распределения напряжений в модели ORNL-1 в главной плоскости соединения (действие внутреннего давления)

При нагружении внутренним давлением распределение меридиональных (σ_s' , σ_s) и окружных (σ_{φ}' , σ_{φ}) напряжений в точках наружной и внутренней поверхностей показано для главной плоскости соединения ($\varphi' = 0$, $\varphi = 0$), где возникают наибольшие напряжения. Расчётные данные нанесены сплошными линиями, экспериментальные — кружочками. В соответствии с принятой расчётной схемой меридиональные координаты s_1' , s_1 оболочек отсчитываются от границы области пересечения (в данном случае, без учета сварного шва — от наружных поверхностей оболочек). Торцы модели закрыты крышками, поэтому учитывались осевые усилия от внутреннего давления, передаваемые на торцевые сечения оболочек.

На **рис. 2** представлено распределение меридиональных (σ_s' , σ_s) и окружных (σ_{φ}' , σ_{φ}) напряжений по

точкам наружной и внутренней поверхностей в главной плоскости соединения ($\varphi' = 0, \varphi = 0$), где наблюдается их максимальная концентрация. Данные приведены для случая нагружения внутренним давлением. Сплошные линии соответствуют результатам МКЭ-расчета, маркеры (кружки) — экспериментальным данным. В соответствии с принятой расчетной схемой, начало отсчета меридиональных координат s'_1, s_1 совпадает с границей области пересечения оболочек. Сварной шов в модели не учитывался, поэтому отсчет ведется от наружных поверхностей. В расчетах учтены осевые усилия от давления, передаваемые на торцевые сечения оболочек через смоделированные заглушки (крышки).

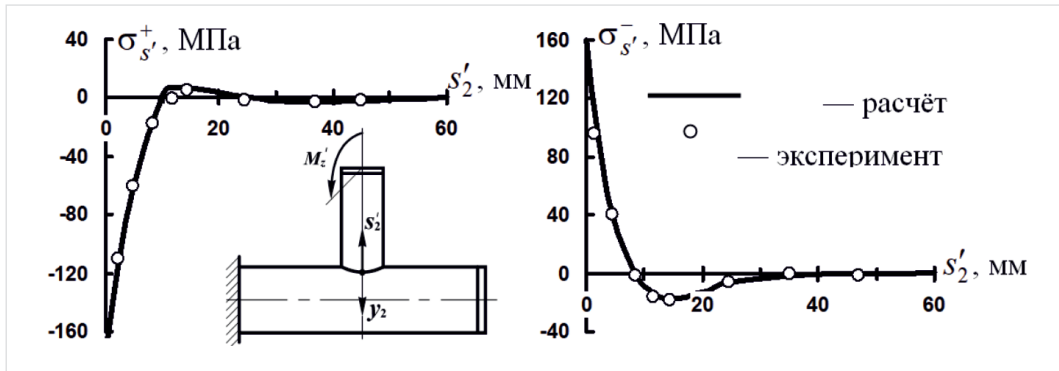


Рис. 3. Распределения напряжений для модели ORNL-1 в поперечной плоскости соединения (действие момента M'_z)

При нагружении патрубка моментом в поперечной плоскости соединения, рис. 3, наибольшие напряжения в оболочках возникают в этой же плоскости, для которой и приведены расчётные и экспериментальные результаты.

Заключение

Был проведен сравнительный анализ расчетных и экспериментальных результатов и для других моделей при различных видах нагружения. Такой анализ и сопоставление расчетных и экспериментальных данных показали достаточно хорошее их соответствие, что показывает возможность практического использования разработанной вычислительной программы.

Библиографический список

1. Берков Н. А., Архангельский А. И., Горишунова Т. А., Архангельская М. В. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния перекрестно армированной цилиндрической оболочки при растяжении // Системные технологии. 2024. №4 (53). С. 5–14.
2. Берков Н. А., Архангельский А. И., Горишунова Т. А., Архангельская М. В. Моделирование пластического разрушения цилиндрических сосудов с патрубком под действием внутреннего давления // Системные технологии. 2023. №4 (49). С. 45–53.
3. Corum J. M., Greenstreet W. L. Experimental Elastic Stress Analysis of Cylindrical-to-Cylindrical Shell Models and Comparisons With Theoretical Predictions // Proceedings of the International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology. Berlin, Germany. 1971. Part G. No. 3. P. 1–24.

PROBLEM-ORIENTED METHOD OF COMPUTATIONAL ANALYSIS OF INTERSECTING SHELLS OF ROTATION

N. A. Berkov*

A. I. Arkhangelsky**

T. A. Gorshunova*

M. V. Arkhangelskaya***

* MIREA — Russian University of Technology, Moscow

** Moscow Polytechnic University, Moscow

*** Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Moscow

Abstract

A technique for studying the stress-strain state of intersecting shells of rotation is considered. The classification of typical joints of intersecting shells of various geometric shapes is carried out, which facilitates research from a unified methodological perspective, systematization of the main geometric parameters of the joints that affect the stress state of the shells, and a systematic approach to the analysis of locally reinforced or composite intersecting shells. Based on the described problem-oriented methodology for the study of intersecting shells, a specialized computing program SAIS has been developed.

The Keywords

Finite element method, element stiffness matrix, strength of intersecting shells of rotation.

Date of receipt in edition

08.02.2026

Date of acceptance for printing

13.02.2026

Ссылка для цитирования:

Н. А. Берков, А. И. Архангельский, Т. А. Горшунова, М. В. Архангельская. Проблемно-ориентированная методика расчетного анализа пересекающихся оболочек вращения. — Системные технологии. — 2026. — № 1 (58). — С. 5–13.